

БИЛЕТ №1  
ВОПРОСЫ

1.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow x_0} (3f(x) - 4g(x)) = -2, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = ?$
2. В окрестности каких точек функция  $f(x) = \frac{x^2+1}{x-2}$  будет БМВ(ББВ)?
3. Найдите скачок функции  $[x]$  точке  $x_0 = 2$ .
4. При каком  $A$  функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & \text{если } x \neq 1 \\ A, & \text{если } x = 1 \end{cases}$  непрерывна в точке  $x = 1$ .
5. Найдите приращение функции  $f(x) = (x-3)^2 + 4$  при изменении аргумента от  $x$  до  $x + \Delta x$ .
6. Чему равна функция  $f(x)$  и ее производная в точке  $x_0 = 1$ , если уравнение касательной к графику функции над этой точкой имеет вид  $y = -2x + 1$ ?
7. В каком направлении в точке  $(\pi, 1)$  функция  $z = \cos x e^y$  быстрее всего убывает?
8. Какая из функций  $\cos 3x + C, \sin^3 x, -\frac{1}{9} \cos 3x$  является первообразной для  $\frac{1}{3} \sin 3x$ ?
9. Если  $2 \leq f(x) \leq 3$  при  $x \in [3; 5]$ , то  $? \leq \int_3^5 f(x) dx \leq ?$
10. Какой интеграл равен площади фигуры, ограниченной осью  $OX$  и графиком синусоиды на отрезке  $[\pi, 2\pi]$ ?

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} 5n(\sqrt{n^2 - 3} - \sqrt{n^2 - 1})$ .
2.  $z = \frac{1}{\sqrt{5y-3\operatorname{tg}x}}$ . Найти  $dz$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_e^1 \ln x dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема о необходимом и достаточном условии существования предела.

БИЛЕТ №2  
ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x) + 3) = 11, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = ?$
- В окрестности каких точек функция  $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$  является БМВ, ББВ?
- Найдите скачок функции  $\{x\}$  в точке  $x_0 = 2$ .
- При каком  $A$  функция  $f(x) = \begin{cases} Ax + 1, & \text{если } x \neq 1 \\ 3, & \text{если } x = 1 \end{cases}$  непрерывна в точке  $x = 1$ .
- Найдите приращение функции  $f(x) = (x + 4)^2 - 3$  при изменении аргумента от  $x$  до  $x + \Delta x$ .
- Чему равна функция  $f(x)$  и ее производная в точке  $x_0 = 1$ , если уравнение нормали к графику функции над этой точкой имеет вид  $y = -2x + 1$ ?
- В каком направлении в точке  $(\pi/2, -1)$  функция  $z = \cos x e^y$  быстрее всего возрастает?
- Какая из функций  $-\ln|2 - x| - C, 2\ln(2 - x) + C, (\ln(2 - x))^2$  является первообразной для  $\frac{1}{2-x}$ ?
- Если  $\int_1^2 f(x)dx = 3$ , а  $\int_1^2 g(x)dx = 4$ , то  $\int_1^2 4f(x)dx - \int_2^1 3g(x)dx = ?$
- Если  $\Phi(x) = \int_1^x \sqrt{t^2 + 9}dt$ , то  $\Phi'(0) = ?$

## ЗАДАЧИ

- Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} 5n(\sqrt{n-3} - \sqrt{n-1})$ .
- $z = \frac{1}{(x+ctg4y)^2}$ . Найти  $dz$ .
- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 3x + 1, y = x^2 - x + 4$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел

БИЛЕТ №3  
ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3+g(x)}{f(x)} = 5, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = ?$
- Сравните БМВ  $\alpha = x - 2$  и  $\beta = (x - 2)^2$ .
- Функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[-1; 1]$ . Если  $f(0) = e$ , то  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$
- Классифицируйте точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < 1 \\ 1 + x^2, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ , если таковые имеются.
- Чему равна скорость материальной точки в первую секунду, если  $x = 1 + 2t + t^3$  ее траектория?
- Изобразите схематически график функции  $f(x)$  над интервалом  $(a, b)$ , если на  $(a, b)$   $f(x) > 0$ ,  $f'(x) < 0$ ,  $f''(x) < 0$ .
- Найти производную функции  $z = x^2 + y^2$  в точке  $(3, 4)$  по направлению градиента.
- Какая из функций  $(x + 2)^{1/2} - C, \frac{1}{2\sqrt{x+2}} + C, \frac{2}{3}\sqrt{(x+2)^3}$  является первообразной для  $\sqrt{x+2}$ ?
- Если  $\int_1^5 f(x) dx = 3$ , а  $\int_5^3 f(x) dx = 1$ , то  $\int_1^3 f(x) dx = ?$
- Если  $u = 3x + 2, dv = e^{4x} dx$ , то  $du = ?, v = ?$

## ЗАДАЧИ

- Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{5x}-1)(\sqrt[4]{1+x^2}-1)}{1-\cos x^2}$
- Вычислить производную  $\begin{cases} x = t \sin(3t + 2) \\ y = t \operatorname{tg}^4 t \end{cases}$ .
- Вычислить интеграл  $\int_1^2 \frac{dx}{4+\sqrt{3x-2}}$ .

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС  
\*Теорема о свойствах БМВ.

## БИЛЕТ №4

## ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2, \lim_{y \rightarrow 2} g(y) = 5, \lim_{x \rightarrow x_0} g(f(x)) = ?$
- Сравните БМВ  $\alpha = x + 2$  и  $\beta = \sqrt[3]{x + 2}$ .
- Функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[0; 1]$ . Если  $f(x) = (e^{2x} - 1)/x$  при  $x \neq 0$ , то  $f(0) = ?$
- Классифицируйте точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & \text{если } x < 1 \\ 3 + x^2, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ , если таковые имеются.
- Чему равна скорость материальной точки во вторую секунду, если  $x = 2t + t^3 - 3$  ее траектория?
- Изобразите схематически график функции  $f(x)$  над интервалом  $(a, b)$ , если на  $(a, b)$   $f(x) < 0$ ,  $f'(x) < 0$ ,  $f''(x) > 0$ .
- Напишите уравнение касательной плоскости к графику функции  $z = f(x, y)$ , над точкой  $(1; 2)$ , если  $\frac{\partial f(1,2)}{\partial x} = \frac{\partial f(1,2)}{\partial y} = 0$ ,  $af(1,2) = 3$ .
- Если  $\Phi(x) = \int_0^x \pi \frac{\sin t}{t} dt$ , то  $\Phi'(\pi/2) = ?$
- Если  $-1 \leq f(x) \leq 3$  при  $x \in [0; 4]$ , то  $? \leq \int_0^4 f(x) dx \leq ?$
- Какой интеграл равен площади фигуры, ограниченной осью  $OX$  и параболой  $y = 3 + 2x - x^2$ ?

## ЗАДАЧИ

- Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{5x} - 1)tg^3 x}{1 - \cos x^2}$
- Вычислить производную  $\begin{cases} x = \arcsin(3t + 2) \\ y = t^4 tg t \end{cases}$ .
- Вычислить интеграл  $\int 4x^3 \sin(x^4 + 2) dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Доказательство 1-ого замечательного предела.

БИЛЕТ №5  
ВОПРОСЫ

1. Проверьте с помощью определения предела, что  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 3) = 5$ .
2.  $\sin x \leq f(x) \leq 2 - \sin x \forall x$ .  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} f(x) = ?$
3. Классифицируйте точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2}, & \text{если } x < 1 \\ \frac{2}{x+1}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ , если таковые имеются.
4. Чему равна производная функции  $y = \exp(\operatorname{ctg} 2x)$ ?
5. Изобразите схематически график функции  $f(x)$  над интервалом  $(a, b)$ , если на  $(a, b)$   $f(x) > 0$ ,  $f'(x) > 0$ ,  $f''(x) > 0$ .
6. Справедлива ли теорема Ролля для функции  $f(x) = |x|$  на отрезке  $[-1; 1]$ ?
7. Если  $\frac{\partial f(2,3)}{\partial y} = 1$ , то с геометрической точки зрения это означает, что ...
8. Если  $\int f(x) dx = \arccos x + C$ , то  $f(x) = ?$
9. Подведите под дифференциал функцию  $\cos \frac{x}{2}$ .
10. Вычислив интеграл  $\int_0^2 (2x + 1) dx$ , убедитесь, что теорема о среднем верна.

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2}$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy + 1$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2(x - 1)$ ,  $y = 0$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема о пределе суммы функций.

БИЛЕТ №6  
ВОПРОСЫ

1. Проверьте с помощью определения предела, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3) = 1$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = ?$
3. При каком значении  $a$  функция  $f(x) = \begin{cases} x + a, & \text{если } x < 1 \\ 3x^2, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$  непрерывна на  $R$ .
4. Скачок функции  $f(x)$  в точке  $x = -1$  равен двум. Если  $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = 3$ , то  $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = ?$
5. Под каким углом кривая  $y = \ln x$  пересекает ось  $OX$ ?
6. Напишите уравнения асимптот графика функции  $f(x) = 2x + 3 + \frac{4}{x-5}$ , если таковые имеются.
7.  $d(x + 2y) \Big|_{\substack{x=3 \\ y=4 \\ \Delta x = -0,2 \\ \Delta y = 0,1}} = ?$
8. Если  $\int f(x) dx = x \operatorname{tg} x + C$ , то  $f(x) = ?$
9. Если  $\int_1^2 f(x) dx = 3$ , а  $\int_1^2 g(x) dx = 4$ , то  $\int_1^2 (4f(x) - 3g(x)) dx = ?$
10. Составьте интегральную сумму для функции  $f(x) = 2x + 1$ , разбив отрезок  $[0, 2]$  на четыре частичных промежутка.

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y + 4$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_0^1 (x + 2)e^{x-1} dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема о среднем.

## БИЛЕТ №7

## ВОПРОСЫ

1. Проверьте с помощью определения предела, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n} = 0,5$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = ?$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = ?$
3. Классифицируйте точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1}, & \text{если } x < 1 \\ \frac{1}{x-2}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ , если таковые имеются.
4.  $\lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{|x|}{x} = ?$
5. Чему равна ускорение материальной точки первую секунду, если  $x = 2t + t^3 - 3$  ее траектория?
6. Изобразите схематически график функции  $f(x)$  над интервалом  $(a, b)$ , если на  $(a, b)$   $f(x) < 0$ ,  $f'(x) < 0$ ,  $f''(x) < 0$ .
7. Если  $\frac{\partial f(2,3)}{\partial x} = -1$ , то с геометрической точки зрения это означает, что ...
8. Если  $\int f(x) dx = x \cos x + C$ , то  $f(x) = ?$
9. Если  $-1 \leq f(x) \leq 3$  при  $x \in [0; 4]$ , то  $? \leq \int_4^0 f(x) dx \leq ?$
10. Вычислив интеграл  $\int_{-2}^0 (2x + 1) dx$ , убедитесь, что теорема о среднем верна.

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(3+x^2)}{x}$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y + 3$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_0^{1/2} x e^{2x-1} dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Доказательство 3-его замечательного предела.

## БИЛЕТ №8

## ВОПРОСЫ

1. Проверьте с помощью определения предела, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{3n} = \frac{1}{3}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = ?$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = ?$
3. Чему равен скачок функции  $f(x) = \{2x\}$  в точке  $x = -1.4$
4. Ограничена ли функция  $f(x) = \operatorname{tg} x$  на отрезке  $[\pi/4; 3\pi/4]$ ? Не противоречит ли Ваше утверждение 1-ой теореме Вейерштрасса?
5. Под каким углом кривая  $y = x^2 - x + 3$  пересекает ось  $OY$ ?
6. Напишите уравнения асимптот графика функции  $f(x) = 3x - 2 + \frac{5}{x+4}$ , если таковые имеются.
7. Вычислите в точке  $(1; 2)$  производную по направлению оси  $OX$  функции  $z = x^y$ .
8. Найти первообразную  $F(x)$  для функции  $x^2$ , такую что  $F(1) = 0$
9. Если  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 3$ , а  $\int_{-1}^3 g(x) dx = 4$ , то  $\int_{-1}^3 (3f(x) - 4g(x)) dx = ?$
10. Составьте интегральную сумму для функции  $f(x) = 2x - 1$ , разбив отрезок  $[0, 2]$  на четыре частичных промежутка.

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)+2x}{\sin^2 x}$ .
2. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi/2} (3 - 4x) \cos x dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Связь дифференцируемости и непрерывности.



## БИЛЕТ №9

## ВОПРОСЫ

1. Верно ли утверждение, что  $\forall \varepsilon > 0 \exists N(\varepsilon): \forall n > N(\varepsilon) \Rightarrow \left| \frac{n-1}{n+2} \right| < \varepsilon$ ?
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{\pi}{x} = ?$
3.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = ?, \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = ?$
4. Функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[0; 1]$ . Если  $f(x) = tg(\frac{x}{2})/x$  при  $x \neq 0$ , то  $f(0) = ?$
5. Под каким углом к горизонту движется материальная точка в нулевую секунду, если  $\begin{cases} x = 2 \cos(t + 27^\circ) \\ y = 2 \sin(t + 27^\circ) \end{cases}$  ее траектория?
6. Найдите точки перегиба функции  $y = \frac{2}{x-3}$ .
7. Вычислите в точке  $(1; 2)$  производную по направлению оси  $OY$  функции  $z = x^y$ .
8. Если  $\int f(x)dx = \frac{2x+1}{2-3x} + C$ , то  $f(x) = ?$
9. Если  $-1 \leq f(x) \leq 3$  при  $x \in [0; 4]$ , то  $? \leq \int_4^0 f(x)dx \leq ?$
10. Составьте интегральную сумму для функции  $f(x) = \sin x$ , разбив отрезок  $[0, \pi/2]$  на четыре частичных промежутка.

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить приближенно  $\arcsin(-0.1)$ .
2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x^4 + 2x^2 - 3$  на отрезке  $[-2; 0]$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{3x-2}(5+\sqrt{3x-2})}$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Вывод производной произведения.

## БИЛЕТ №10

## ВОПРОСЫ

- Верно ли утверждение, что  $\forall \varepsilon > 0 \exists N(\varepsilon): \forall n > N(\varepsilon) \Rightarrow \frac{1}{n+2} < \varepsilon$ ?
- Ограничена ли последовательность  $x_n = \frac{n-1}{n}$ ? Ограничена ли она сверху, снизу?
- В какой области непрерывна функция  $y = \arcsin x$ ?
- Скачок функции  $f(x)$  в точке  $x = 1$  равен минус двум. Если  $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = -3$ , то  $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = ?$
- Под каким углом к горизонту движется материальная точка во вторую секунду, если  $\begin{cases} x = 2 \cos \frac{\pi t}{4} \\ y = 2 \sin \frac{\pi t}{4} \end{cases}$  ее траектория?
- Вычислив приращение функции  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  на отрезке  $[1; 3]$ , убедитесь в справедливости теоремы Лагранжа.
- $d(x^2 + 3y) \Big|_{\substack{x=-1 \\ y=0 \\ \Delta x = -0,2 \\ \Delta y = 0,1}} = ?$
- Найти первообразную  $F(x)$  для функции  $\cos x$ , такую что  $F(0) = \frac{\pi}{6}$ .
- Если  $\Phi(x) = \int_{-1}^x e^{-t^2} dt$ , то  $\Phi'(0) = ?$
- Составьте интегральную сумму для функции  $f(x) = \cos x$ , разбив отрезок  $[0, \pi/2]$  на четыре частичных промежутка.

## ЗАДАЧИ

- Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +0} x \ln x$ .
- Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 3$  на отрезке  $[0; 2]$
- Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OX$  линии  $y = \sqrt{ctgx}$ ,  $\pi/4 \leq x \leq \pi/2$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема о замене на эквивалентные.

## БИЛЕТ №11

## ВОПРОСЫ

1. Последовательность  $x_n = \frac{n}{n+1}$  возрастает или убывает?
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln(1 + \frac{2}{x}) = ?$
3. Чему равен скачок функции  $f(x) = \frac{x^2 - 5 + 2\sqrt[3]{27x^6 + 6x}}{3x^2 - x + 1}$  в нуле?
4. Убедитесь, что для функции  $f(x) = x^2 - 2x + 2$  на отрезке  $[0; 2]$  справедлива 2-ая теорема Вейерштрасса.
5. Вычислив приращения функций  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x^3$  на отрезке  $[0; 1]$ , убедитесь в справедливости теоремы Коши.
6. Чему равен угловой коэффициент нормали к параболе  $y = x^2 + 3$  над точкой  $x = 1$ ?
7. Нарисуйте линию уровня функции  $z = \frac{y}{x} + 1$  со значением  $C = 3$ .
8. Если  $u = 3 - 2x$ ,  $dv = \cos \frac{x}{4} dx$ , то  $du = ?$ ,  $v = ?$
9. Если  $\int_{-1}^0 f(x) dx = 2$ , то  $2 \int_0^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^0 3f(x) dx = ?$
10. Вычислив интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\pi}{4} \sin x dx$ , убедитесь, что теорема о среднем верна.

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+6}-3}$ .
2. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции  $y = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$ .
3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX линии  $y = \sqrt{tgx}$ ,  $0 \leq x \leq \pi/4$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Вывод производной сложной функции.

## БИЛЕТ №12

## ВОПРОСЫ

1. Является ли последовательность  $x_n = \frac{1-n}{n}$  монотонной?
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x = ?$
3. Классифицируйте точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1}, & \text{если } x < -1 \\ \frac{1}{x+2}, & \text{если } x \geq -1 \end{cases}$ , если таковые имеются.
4. В какой области непрерывна функция  $y = \arccos(1-x)$ ?
5. Чему равна производная функции  $y = \lg(2+3x)\cos^3 x$ ?
6. Вычислив приращение функции  $f(x) = x^2 + 2x$  на отрезке  $[1; 2]$ , убедитесь в справедливости формулы конечных приращений Лагранжа.
7.  $d(2x + y^3) \Big|_{\substack{x=-2 \\ y=-1 \\ \Delta x=0,2 \\ \Delta y=-0,1}} = ?$
8. Если  $\int f(x)dx = \cos^5 x + C$ , то  $f(x) = ?$
9. Если  $-1 \leq f(x) \leq 3$  при  $x \in [0; 4]$ , то  $? \leq \int_4^0 f(x)dx \leq ?$
10. Вычислив интеграл  $\int_{-2}^0 (2x+1)dx$ , убедитесь, что теорема о среднем верна.

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить приближенно  $\sqrt{0,044}$ .
2. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции  $y = x + \frac{9}{x-2}$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $x = y^2$ ,  $y = x^2$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Вывод производной арктангенса.

БИЛЕТ №13  
ВОПРОСЫ

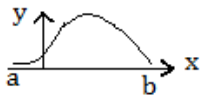
1. Верно ли утверждение, что  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0: (\forall x: 0 < |x - 1| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |x^3 + 3x - 4| < \varepsilon)$ ?
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = ?$
3. В какой области непрерывна функция  $y = \sqrt{x^2 - 4}$ ?
4. Чему равен скачок функции  $y = \{x\}$  в точке  $x_0 = 2$ .
5. Какова разность между приращением функции  $f(x) = x^2$  и ее дифференциалом?
6. Чему равна производная функции  $y = \sin x^3 e^{-2x}$ ?
7. Найдите частные производные функции  $z = \frac{y}{x} + 1$ .
8. Нарисуйте линию уровня функции  $z = xy$  со значением  $C = 1$ .
9. Чему равен неопределенный интеграл от функции  $2(x - 1):x^2 - 2x, (x - 1)^2 + C$  или  $\frac{(x-1)^2}{2} + C$ ?
10. Если  $2 \leq f(x) \leq 3$  при  $x \in [3; 5]$ , то  $? \leq \int_5^3 f(x) dx \leq ?$

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln 2x}{\ln 3x}$ .
2. Вычислить приближенно  $tg 0.12$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$ .

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС  
\*Теорема Ролля.

БИЛЕТ №14  
ВОПРОСЫ

1. Является ли последовательность  $x_n = \frac{n}{1-n}$  монотонной?
2.  $1 - x^2 \leq f(x) \leq 2 - 2x \forall x$ .  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ?$
3. В какой области непрерывна функция  $y = \sqrt{1 + x^2}$ ?
4. При каком  $A$  функция  $f(x) = \begin{cases} 3x - 5, & \text{если } x \neq 1 \\ A, & \text{если } x = 1 \end{cases}$  непрерывна в точке  $x = 1$ ?
5. В какой точке касательная к параболу  $y = x^2 + 3x - 5$  параллельна прямой  $y = 4x - 3$ ?
6. Постройте схематически график  $f'(x)$  над  $(a, b)$ , если график функции  $f(x)$  имеет вид 
7. Если  $z''_{xx} = xy$ ,  $z''_{xy} = \frac{y}{x}$ ,  $z''_{yy} = x + y$ , то имеет ли функция  $z(x, y)$  в стационарной точке  $(1; 2)$  локальный экстремум? Если да, то какой?
8.  $\int (\cos x)^3 \sin x dx = ?$
9. Оцените интеграл:  $\left| \int_1^2 4 \sin^3 x dx \right| \leq ?$
10. Какой интеграл равен площади фигуры, ограниченной гиперболой  $y = 1/x$  и прямыми  $y = 2$ ,  $x = 1$ ?

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln 2x}{\ln 3x}$ .
2. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции  $y = (x + 3)e^{2x}$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_2^5 \frac{(2x+3)}{\sqrt{x-1}} dx$ .

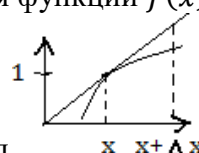
## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема Лагранжа и ее геометрический смысл.

## БИЛЕТ №15

## ВОПРОСЫ

1. Ограничена ли последовательность  $x_n = n^2$ ? Ограничена ли она сверху, снизу?
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+2x+3x^2}{x^2+2x+3} = ?$
3. При каком значении  $a$  функция  $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{если } x < -1 \\ x^2 - a, & \text{если } x \geq -1 \end{cases}$  непрерывна на  $R$ ?
4. Справедливо ли заключение 2-ой теоремы Больцано-Коши для функции  $f(x) = [x]$  на отрезке  $[0; 2]$ ?



5. Определите по графику приращение функции и дифференциал
6. Вычислив приращение функции  $f(x) = \ln x$  на отрезке  $[1; e]$ , убедитесь в справедливости формулы конечных приращений Лагранжа.
7. Если  $z = x^3 \cdot 3^y$ , то  $z'_x, z'_y = ?$
8. Если  $\int \cos(x^3) 3x^2 dx = ?$
9. Если  $\int_{-1}^2 4f(x) dx = -3$ , а  $\int_2^{-3} f(x) dx = 1$ , то  $\int_{-1}^{-3} f(x) dx = ?$
10. Вычислив интеграл  $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$ , убедитесь, что теорема о среднем верна.

## ЗАДАЧИ

1. Вычислить приближенно  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{20}\right)$ .
2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции  $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 1$ .
3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OX$  линии  $y = \frac{2}{\sin x}, \pi/4 \leq x \leq \pi/2$ .

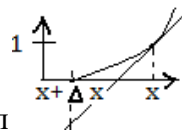
## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема Лопиталья. Правила Лопиталья.

## БИЛЕТ №16

## ВОПРОСЫ

- Верно ли утверждение, что  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0: (\forall x: 0 < |x + 1| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |x^3 + 3x - 4| < \varepsilon)$ ?
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2x^2+3x^3}{x^3+2x+3x^2} = ?$
- Сравните бесконечно малые последовательности  $\alpha_n = \frac{1}{n+2}, \beta_n = \frac{2}{n}$ .
- Чему равен скачок функции  $f(x) = \frac{|x|}{3x}$  в точке  $x = 0$ .



- Определите по графику приращение функции и дифференциал
- В каких точках функция  $f(x) = |x^2 + 3x - 4|$  недифференцируема?
- Если  $z = \frac{2^y}{x^2}$ , то  $z'_x, z'_y = ?$
- Если  $\int \frac{\ln x}{x} dx = ?$
- Если  $\int_{-1}^2 f(x) dx = -3, \int_2^{-3} f(x) dx = 1, \text{ а } \int_{-3}^5 f(x) dx = -3, \text{ то } \int_5^{-1} f(x) dx = ?$
- Вычислив интеграл  $\int_0^\pi \sin x dx$ , убедитесь, что теорема о среднем верна..

## ЗАДАЧИ

- Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +0} x \ln x$ .
- Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции  $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2$ .
- Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX линии  $y = \frac{3}{\cos x}, \pi/6 \leq x \leq \pi/3$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

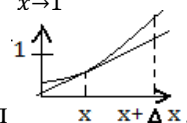
\*Свойства неопределенного интеграла.



## БИЛЕТ №17

## ВОПРОСЫ

1. В окрестности точки  $x = 11 + \sqrt{2x - x^2} \leq f(x) \leq x^2 - 2x + 3$ .  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ?$
2. Сравните БМВ  $\alpha(x) = \sin 2x$ ,  $\beta(x) = x - \pi$  в окрестности точки  $x = \pi$ .
3. Чему равен скачок функции  $f(x) = \frac{|2x|}{x}$  в точке  $x = 0$ .
4. Функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[0; 1]$ . Если  $f(1) = \pi$ , то  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ?$



5. Определите по графику приращение функции и дифференциал
6. Чему равна производная функции  $y = \frac{\operatorname{tg}(3-2x)}{\operatorname{arctg}^2 x}$ ?
7. Если  $\frac{\partial f(2, -3)}{\partial x} = 0$ , то с геометрической точки зрения это означает, что ...
8. Какая из функций  $(x + 2)^{1/2} - C$ ,  $\frac{1}{2\sqrt{x+2}} + C$ ,  $\frac{2}{3}\sqrt{(x + 2)^3}$  является первообразной для  $\sqrt{x + 2}$ ?
9. Чему равен интеграл  $\int_{-1}^1 \sin^3 x dx$ ?
10. Вычислите среднееинтегральное значение функции  $f(x) = 4x + 3$  на отрезке  $[-2; 0]$ .

## ЗАДАЧИ

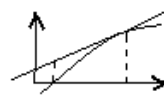
1. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции  $y = xe^{-x}$ .
2. Найти производную функции  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$  в точке  $(-1, 1)$  по направлению,  $\parallel$  бисектрисе 1-й четверти.
3. Вычислить интеграл  $\int_1^e 3x^2 \ln x dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Признаки постоянства, возрастания (убывания) функции.

БИЛЕТ №18  
ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x^3 + x^4}{x^3 + 2x + 3x^2} = ?$
- Сравните БМВ  $\alpha(x) = x^{-3}$ ,  $\beta(x) = x^{-2}$  при  $x \rightarrow \infty$ .
- Чему равен скачок функции  $f(x) = [2x]$  в точке  $x = 0.75$ ?
- Где непрерывна функция  $f(x) = \frac{\arctg x}{x^2 - x - 6}$ ?



- Определите по графику приращение функции и дифференциал  $\Delta y$  и  $dy$ .
- Вычислив приращения функций  $f(x) = \ln x$ ,  $g(x) = x^2$  на отрезке  $[1; e]$ , убедитесь в справедливости теоремы Коши.
- Как расположена касательная плоскость к графику функции  $z = f(x, y)$ , над точкой  $(0; 0)$ , если  $\frac{\partial f(0,0)}{\partial x} = \frac{\partial f(0,0)}{\partial y} = -1$ , а  $f(0,0) = 0$ .
- Оцените интеграл:  $\left| \int_{-2}^3 7 \cos^3 x dx \right| \leq ?$
- $\int_{-1}^1 \sin x^2 dx - 2 \int_0^1 \sin x^2 dx = ?$
- Если  $\Phi(x) = \int_1^x \frac{\cos t}{t} dt$ , то  $\Phi'(\pi/2) = ?$

## ЗАДАЧИ

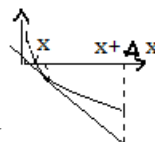
- Вычислить приближенно  $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{24}\right)$ .
- Составить уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = 1 + x^2 - y^3$  над точкой  $(2; -1)$ .
- Вычислить интеграл  $\int \frac{2x}{\sqrt{x^4 - 7}} dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*2-ая теорема о наклонной асимптоте.

БИЛЕТ №19  
ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2-g(x)}{f(x)} = 4, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = ?$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x^3+x^4}{x^3+2x+3x} = ?$
- Чему равен скачок функции  $f(x) = \{2x\}$  в точке  $x = -2,5$ ?
- Где непрерывна функция  $f(x) = \frac{\arcsin x}{x^2-x-6}$ ?



- Определите по графику приращение функции и дифференциал
- Где не дифференцируема функция  $f(x) = |\cos x|$ ?
- Чему равна производная функции  $z = x^3 - y^2$  в точке  $(1,2)$  по направлению, перпендикулярному направлению градиента?
- Если  $u = \cos 2x, dv = (3 + 4x)dx$ , то  $du = ?, v = ?$
- Оцените интеграл снизу:  $? \leq \int_0^2 \sqrt[3]{1+x^3} dx$
- Чему равен интеграл  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x^5 dx$ ?

## ЗАДАЧИ

- Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции  $y = \frac{x}{1+x^2}$ .
- Составить уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = 2 + x^3 - 3y^2$  над точкой  $x_0 = 2, y_0 = 1$ .
- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 1, y = 2x+1$ .

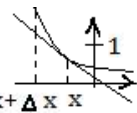
## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Признаки постоянства, возрастания (убывания) функции.

## БИЛЕТ №20

## ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x) - 3) = 7, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = ?$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x^3 + 4}{2 + x^3 + 3x^4} = ?$
- Справедливо ли заключение 1-ой теоремы Больцано-Коши для функции  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  на отрезке  $[-1; 3]$ ?



- Определите по графику приращение функции и дифференциал  $\Delta x$ .
- Где не дифференцируема функция  $f(x) = |1 + \cos x|$ ?
- Вычислив приращения функций  $f(x) = \sin x, g(x) = \cos x$  на отрезке  $[0; \pi/2]$ , убедитесь в справедливости теоремы Коши.
- Чему равна производная функции  $z = 3 + 2x - \sqrt{14}y$  в точке  $(1, 2)$  по направлению градиента.
- Вычислите интеграл  $\int 2^x \sin 2^x dx$ .
- $\int_{-3}^3 \cos x^3 dx - 2 \int_0^3 \cos x^3 dx = ?$
- Вычислив интеграл  $\int_0^3 x^2 dx$ , убедитесь, что теорема о среднем верна.

## ЗАДАЧИ

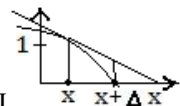
- Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{3})^2}{x-1}$ .
- Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции  $y = x^2(\ln x - \frac{5}{2})$ .
- Вычислить интеграл  $\int_0^{-\pi} (x + \pi) \cos 2x dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Определение производной по направлению. Теорема о ее вычислении.

БИЛЕТ №21  
ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow x_0} (3f(x) - 4g(x)) = -5, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = ?$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x^3}{x^3 + 3x^4} = ?$
- $\lim_{x \rightarrow 2+0} \{x\} = ?$
- Убедитесь, что для функции  $f(x) = x^2 - 2x$  на отрезке  $[1; 3]$  справедлива 1-ая теорема Больцано-Коши.



- Определите по графику приращение функции и дифференциал
- Где не дифференцируема функция  $f(x) = |\sin x - 1|$ ?
- Нарисуйте линию уровня функции  $z = y - x^2 + 2x$  со значением  $C = -3$ .
- Если  $\int f(x) dx = x \arctg x + C$ , то  $f(x) = ?$
- $\int_{-2}^2 \cos x^3 dx + 2 \int_2^0 \cos x^3 dx = ?$
- Вычислив интеграл  $\int_0^1 e^x dx$ , убедитесь, что теорема о среднем верна.

## ЗАДАЧИ

- Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{x-1}{x^2+x-2}$ .
- $z = \frac{x^5+y^4}{\ln(3x-4y)}$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .
- Вычислить интеграл  $\int_1^5 \frac{dx}{(1+\sqrt{4x+5})\sqrt{4x+5}}$ .

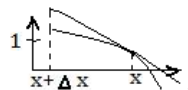
## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Определение первообразной. Теорема о первообразных.

## БИЛЕТ №22

## ВОПРОСЫ

1.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 3, \lim_{y \rightarrow 3} g(y) = 7, \lim_{x \rightarrow -1} g(f(x)) = ?$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = ?$
3. Справедливо ли заключение 2-ой теоремы Больцано-Коши для функции  $f(x) = [x]$  на отрезке  $[0; 2]$ ?
4.  $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \{x\} = ?$



5. Определите по графику приращение функции и дифференциал
6. Где не дифференцируема функция  $f(x) = |\sin x|$ ?
7. Нарисуйте линию уровня функции  $z = y^2 - x$  со значением  $C = 4$ .
8. Если  $\int \frac{f(x)dx}{\cos x} = \ln \cos x + C$ , то  $f(x) = ?$
9.  $\int_0^{2\pi} (\sin x + 2\cos 2x + 3\cos 3x) dx = ?$
10. Если  $\int_1^2 4f(x) dx = 3$ , а  $\int_1^2 3g(x) dx = 4$ , то  $\int_1^2 (3f(x) - 4g(x)) dx = ?$

## ЗАДАЧИ

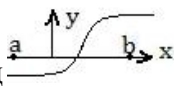
1. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{3x^3 + 2x - 1}{x^2 + 1}$ .
2.  $z = \exp(y^3 \cos(xy))$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{32 \arctg x}{1+x^2} dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Замена переменной в определенном интеграле.

## БИЛЕТ №23

## ВОПРОСЫ

1. Последовательность  $\{x_n\}$  возрастает. Следует ли отсюда существование  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  и его конечность?
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x} = ?$
3. Убедитесь, что для функции  $f(x) = x^2 - 2x + 2$  на отрезке  $[0; 2]$  справедлива 2-ая теорема Вейерштрасса.
4. Какова разность между приращением функции  $f(x) = \frac{1}{x}$  и ее дифференциалом?
5. Под каким углом график функции  $y = \operatorname{tg} x$  пересекает ось  $OX$ ?
6. Постройте схематически график  $f'(x)$  над  $(a, b)$ , если график функции  $f(x)$  имеет вид .
7. Нарисуйте линию уровня функции  $z = x^2 + y^2 + 1$  со значением  $C = 5$ .
8. Если  $\int 3 \cos^2 x f(x) dx = \cos^3 x + C$ , то  $f(x) = ?$
9.  $\int_0^{2\pi} (3 \cos x + 2 \sin 2x + \cos 3x) dx = ?$
10. Если  $-3 \leq f(x) \leq 2$  при  $x \in [-3; 2]$ , то  $? \leq \int_{-3}^2 f(x) dx \leq ?$

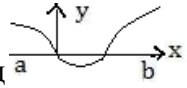
## ЗАДАЧИ

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \lg(1-3x) \cdot \ln 10}{(e^{4x}-1)^2}$ .
2. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{3x^2+2x-1}{x+1}$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{3 \cos x + 1} dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

БИЛЕТ №24  
ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = A \neq 0, \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = ?, \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = ?$
- Является ли функция  $\alpha(x) = \frac{x+2}{x-3}$  БМВ или ББВ?
- Убедитесь в том, что для функции  $f(x) = \sin^3 x$  на отрезке  $[\pi/2; 3\pi/2]$  справедливо утверждение 1-ой теоремы Вейерштрасса.
- Под каким углом график функции  $y = \frac{2^x}{\ln 2}$  пересекает ось  $OY$ ?
- Постройте схематически график  $f''(x)$  над  $(a, b)$ , если график функции  $f(x)$  имеет вид 
- Что представляет собой поверхность уровня функции  $v = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  со значением  $C = 3$
- $d(2x - y^2) \Big|_{\substack{x=-1 \\ y=2 \\ \Delta x=0,2 \\ \Delta y=-0,1}} = ?$
- Если  $\int \frac{f(x)dx}{1+x^6} = \arctg x^3 + C$ , то  $f(x) = ?$
- Если  $\Phi(x) = \int_1^x \sqrt{t^2 + 9} dt$ , то  $\Phi'(0) = ?$
- Если  $-3 \leq f(x) \leq 1$  при  $x \in [0; 4]$ , то  $? \leq \int_4^0 f(x) dx \leq ?$

## ЗАДАЧИ

- Вычислить предел  $\lim_{z \rightarrow 2} \frac{\sqrt{z+2}-2}{z^3-8}$ .
- Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ .
- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x(x+1)^2, y = 0$ .

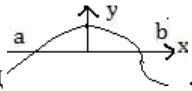
## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Замена переменной в неопределенном интеграле.



## БИЛЕТ №25

## ВОПРОСЫ

1. Последовательность  $\{x_n\}$  не возрастает. Следует ли отсюда существование  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  и его конечность?
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos x}{x} = ?$
3. Убедитесь, что для функции  $f(x) = e^x$  на отрезке  $[0; 1]$  справедлива 2-ая теорема Больцано-Коши.
4. С какой скоростью движется материальная точка в первую секунду, если  $\begin{cases} x = t^3 + t \\ y = t^5 - t^2 \end{cases}$  ее траектория?
5. Постройте схематически график  $f''(x)$  над  $(a, b)$ , если график функции  $f(x)$  имеет вид 
6.  $d^2(x^3 + 5x) \Big|_{x=5} \Big|_{\Delta x = -0,1} = ?$
7. Найти стационарные точки функции  $z = x^2 + xy + y^2 - x + y - 2$ .
8. Если  $\int 3x^2 f(x) dx = \arctg x^3 + C$ , то  $f(x) = ?$
9. Если  $-1 \leq f(x) \leq 3$  при  $x \in [0; 3]$ , то  $? \leq \int_0^3 f(x) dx \leq ?$
10. Вычислите среднееинтегральное значение функции  $f(x) = 3x^2$  на отрезке  $[0; 2]$ .

## ЗАДАЧИ

1. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{3x^3 + 2x - 1}{x^2 + 1}$ .
2. Найдите нормаль к линии уровня функции  $z = y - x^2 + 2x$  со значением  $C = -2$  в точке  $(1, -1)$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_0^\pi \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.

Дисциплина **Математика**

университет телекоммуникаций

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ 18.11.2017 г.

им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

БИЛЕТ №26

ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)^{f(x)} = ?$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)^{g(x)} = ?$
- Последовательность  $\{x_n\}$  ограничена снизу и убывает. Следует ли отсюда существование  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  и его конечность?
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{x} = ?$
- Чему равна функция  $f(x)$  и ее производная в точке  $x_0 = 1$ , если уравнение касательной к графику функции над этой точкой имеет вид  $x + 2y + 3 = 0$ .
- Постройте схематически график  $f'(x)$  над  $(a, b)$ , если график функции  $f(x)$  имеет вид



- $d^3(x^4 - 7x) \Big|_{x=5} \Delta x = -0,1 = ?$
- $y = 1$  уравнение касательной к линии уровня функции  $z = f(x, y)$ , проведенной через точку  $(2; 1)$ . Чему равна производная  $\frac{\partial f(1,2)}{\partial x}$ ?
- Если  $\int 3x^2 f(x) dx = \sin x^3 + C$ , то  $f(x) = ?$
- Если  $\int_1^0 f(x) dx = 3$ , а  $\int_3^0 f(x) dx = 1$ , то  $\int_1^3 f(x) dx = ?$
- Какой интеграл равен площади фигуры, ограниченной осью  $OX$  и параболой  $y = x^2 - 9$ ?

ЗАДАЧИ

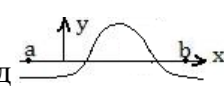
- Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 2\sqrt[3]{27x^6 + 6x}}{3x^2 - x + 1}$ .
- Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции  $y = x^2(\ln x - \frac{5}{2})$ .
- Вычислить интеграл  $\int_3^8 \frac{(3x-2)}{\sqrt{x+1}} dx$ .

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами

## БИЛЕТ №27

## ВОПРОСЫ

1. Последовательность  $\{x_n\}$  ограничена сверху и не убывает. Следует ли отсюда существование  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  и его конечность?
2.  $2x^2 - 2x + 1 \leq f(x) \leq x^2 \forall x$ .  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ?$
3. Классифицируйте точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{e^{x+2}-1}, & \text{если } x \neq -2 \\ e, & \text{если } x = -2 \end{cases}$ , если таковые имеются.
4. Чему равна функция  $f(x)$  и ее производная в точке  $x_0 = 1$ , если уравнение нормали к графику функции над этой точкой имеет вид  $3x + 2y + 1 = 0$ ?
5. С какой скоростью движется материальная точка в первую секунду, если  $\begin{cases} x = t^3 + t^2 \\ y = 2t + 5t^2 \end{cases}$  ее траектория?
6. Постройте схематически график  $f''(x)$  над  $(a, b)$ , если график функции  $f(x)$  имеет вид .
7. Найти стационарные точки функции  $z = x^2 - 3xy + y^2 + 5y - 1$ .
8. Если  $\int e^x f(x) dx = \arcsin e^x + C$ , то  $f(x) = ?$
9. Если  $\int_1^2 (4f(x) - 3g(x)) dx = 16$ , а  $\int_1^2 g(x) dx = 4$ , то  $\int_1^2 f(x) dx = ?$
10. Составьте интегральную сумму для функции  $f(x) = x^2$ , разбив отрезок  $[0, 2]$  на четыре частичных промежутка.

## ЗАДАЧИ

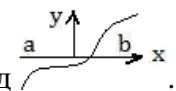
1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3}}{(2x-2)^2}$ .
2. Найти нормаль к линии уровня функции  $z = y^x$  со значением  $C = e$  в точке  $(1, e)$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_0^\pi (x - \pi) \sin 2x dx$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема Барроу.

## БИЛЕТ №28

## ВОПРОСЫ

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0} (3f(x) - 4g(x)) = ?, \lim_{x \rightarrow x_0} (4f(x) + 3g(x)) = ?$
- Классифицируйте точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-1}, & \text{если } x > 0 \text{ и } x \neq 1 \\ 2, & \text{если } x = 1 \end{cases}$ , если таковые имеются.
- Убедитесь, что для функции  $f(x) = \ln x$  на отрезке  $[1; e]$  справедлива 2-ая теорема Вейерштрасса.
- Чему равна функция  $f(x)$  и ее производная в точке  $x_0 = 1$ , если уравнение касательной к графику функции над этой точкой имеет вид  $x + 2y + 3 = 0$ ?
- Постройте схематически график  $f''(x)$  над  $(a, b)$ , если график функции  $f(x)$  имеет вид .
- Чему равна производная функции  $y = \frac{\ln(2x+1)}{x^5}$ ?
- $x = -2$  уравнение касательной к линии уровня функции  $z = f(x, y)$ , проведенной через точку  $(-2; 3)$ . Чему равна производная  $\frac{\partial f(-2,3)}{\partial y}$ ?
- Если  $\int \cos(\ln x) d \ln x = ?$
- Если  $\int_1^{-2} (4f(x) + 3g(x)) dx = 16$ , а  $\int_1^{-2} f(x) dx = 7$ , то  $\int_1^{-2} g(x) dx = ?$
- Составьте интегральную сумму для функции  $f(x) = x^2$ , разбив отрезок  $[-4, 0]$  на четыре частичных промежутка.

## ЗАДАЧИ

- Вычислить приближенно  $\ln 0.9$ .
- Найти локальные экстремумы функции  $z = 6xy - x^3 - y^3$ .
- Вычислить интеграл  $\int_1^4 \frac{dx}{2\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3}$ .

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС

\*Теорема Ньютона-Лейбница. Формула Ньютона-Лейбница.